

colección
ciencia que ladra...

Dirigida por Diego Golombek

adrián paenza

matemática...

¿estás ahí?

la vuelta al mundo en 34 problemas
y 8 historias



siglo veintiuno editores

Guatemala 4824 (C1425BUP), Buenos Aires, Argentina

siglo veintiuno editores, s.a. de c.v.

Cerro del agua 248, Delegación Coyoacán (04310), D.F., México

siglo veintiuno de españa editores, s.a.

c/Menéndez Pidal, 3 BIS (28006) Madrid, España

Paenza, Adrián

Matemática... ¿estás ahí? : la vuelta al mundo en 34 problemas y 8 historias . - 1a ed. - Buenos Aires : Siglo Veintiuno Editores, 2010. 224 p. : il. ; 19x14 cm. - (Ciencia que ladra... / dirigida por Diego Golombek)

ISBN 978-987-629-122-4

1. Matemática. I. Título

CDD 510

© 2010, Siglo Veintiuno Editores Argentina S.A.

Diseño de portada: Mariana Nemitz

Ilustraciones de interior: Natalia de Titto Deleis

ISBN 978-987-629-122-4

Impreso en Artes Gráficas Delsur // Almirante Solier 2450, Avellaneda,
en el mes de abril de 2010

Hecho el depósito que marca la ley 11.723
Impreso en Argentina // Made in Argentina

Índice

Este libro (y esta colección)	7
Agradecimientos	9
Acerca del autor	12
Prólogo	15
Los problemas	19
Carrera de 100 metros y orden de llegada, 19. Medias blancas y medias negras, 20. Uvas y cerezas, 20. Grilla de números con incógnita, 20. Problema para pensar con dos dígitos, 21. ¿Quién dice la verdad?, 24. ¿Cierto o falso?, 25. Los eslabones de una cadena de oro, 26. Probabilidad con dados, 28. Problemas que atentan contra la intuición, 29. Un señor camina a 3 kilómetros por hora a la ida y a 4 a la vuelta, 29. Cortar la torta entre tres comensales, 30. Velocidad promedio, 31. ¿Hasta dónde usamos los datos?, 32. Dos hermanos y una carrera de 100 metros, 34. Dos millones de puntos, 35. Encuestas y secretarías, 37. ¿Podré adivinar el animal que usted está pensando?, 38. Un problema de aritmética, 39. ¿Cuánto vale cada camisa y cada pantalón?, 40. Yo tengo el doble de la edad que tú tenías cuando..., 40. Siempre hay un martes 13, 41. ¿Qué ancho tiene el río?, 46. Número máximo de porciones al cortar una pizza, 47. Temperaturas, 55. 10 preguntas, 1024 números, 56. Una joyita de la lógica, 57. ¿Puede ser $(n + 1) = n?$, 58. Cuatro parejas	

6 Matemática... ¿estás ahí? La vuelta al mundo...

invitadas a una fiesta y la dueña de casa, 60. La historia de los cuatro azulejadores, 62. Estrategia para ganar siempre, 63. Los soldados de Conway, 64. Cuadrados de Bachet, 69. Camaleones, 72

Las historias

75

El último teorema de Fermat, 75. ¿Cuán grandes son los números grandes? Historia de la vida en un día, 81. El número π ("pi"), 82. Reloj, 90. Días que duraban 23 horas, 103. (25/5) y un tributo a la creatividad, 105. Cara o ceca, 109. Aldea global, 112.

Soluciones

115

Este libro (y esta colección)

Ya lo extrañábamos. Y aquí Adrián Paenza nos invita nuevamente a un viaje increíble a través de los problemas e historias de ese universo llamado matemática que, de su mano, aprendimos a disfrutar.

En estas páginas haremos otra visita al país de las maravillas, que, aun sin tortas mágicas que nos empequeñecen o gatos que desaparecen dejando sólo su sonrisa, ha sabido regalarnos sombrero locos, cartas marcadas y números escondidos dignos de la mejor de las Alicias. Dicho sea de paso, es interesante recordar que la primera versión de la querida *Alicia en el país de las maravillas* no tenía varios de los juegos algebraicos y personajes absurdos que la hicieron famosa. Se dice que Lewis Carroll (el matemático Charles Dodgson, bastante conservador, según se cuenta) los incluyó en versiones posteriores con la secreta intención de burlarse de algunos de los desarrollos bastante extremos de la matemática de entonces. Quién diría: una de las historias más conocidas y disfrutadas de todos los tiempos podría deber buena parte de su fama a una interna entre matemáticos...

Nuestro querido Adrián no deja historia con cabeza (como la reina de corazones) ni recoveco sin husmear para demostrarnos, una vez más, que la matemática está a la vuelta de la esquina (y en la esquina misma), esperando que la descubramos, razonemos y apliquemos. Nos muestra también cómo los matemáticos no siempre están inmersos en una maraña de ecuaciones y pensamientos ininteligibles y, en cambio, se afanan por descubrir los secretos

mundanos detrás de las compras en la verdulería, de las proporciones y los tamaños, de la intuición nuestra de cada día. Por ejemplo, conviene recordar que hay que tener cuidado si invitamos a Adrián –o a otros matemáticos– a comer pizza, ya que podríamos quedar enfrascados en una fascinante y sustanciosa discusión sobre cómo cortarla de manera que las porciones resulten realmente equitativas. El problema viene, sobre todo, si al mozo se le ocurre realizar un primer corte descentrado, por lo que las porciones necesariamente serán desiguales. Así, entre cálculos, *papers* y opiniones seguramente se nos enfriará el queso –pero quién nos quita lo aprendido...–.

En fin, que la matemática sigue estando ahí, para quedarse. Lo cual a esta altura ya se ha vuelto una sana costumbre.

Esta colección de divulgación científica está escrita por científicos que creen que ya es hora de asomar la cabeza fuera del laboratorio y contar las maravillas, grandezas y miserias de la profesión. Porque de eso se trata: de contar, de compartir un saber que, si sigue encerrado, puede volverse inútil.

Ciencia que ladra... no muerde, sólo da señales de que cabalga.

DIEGO GOLOMBEK

Agradecimientos

A los tres “lujos” que me puedo dar en la vida: Diego Golombek, director de la colección “Ciencia que ladra...”, Carlos Díaz, director editorial de Siglo Veintiuno, y Claudio Martínez, el productor de *todos* los programas de televisión en los que trabajo. Como sucedió en las cuatro ediciones anteriores, ellos son quienes me estimulan a pensar, producir, escribir y grabar. Podría decir que sin ellos todo esto no existiría, pero no lo sé. Lo que sí sé es que con ellos mi vida es más fácil. Y ninguna frase que elija para expresar mi gratitud serviría para hacerles justicia.

A Carlos D’Andrea, Gerardo Garbulsky, Juan Sabia, Alicia Dickenstein, Rodrigo Laje y Emanuel Ginóbili. Ellos son los “beta-testers”, los que leen los textos antes de que aparezcan, los que los discuten, los critican y los ponen a prueba. Es curioso, pero hasta que cada uno de ellos no me da su opinión sobre cada problema, siento que todavía hay algo inconcluso. No sé decirlo de otra manera porque la palabra ya está muy gastada, y yo mismo la usé en el libro anterior, pero necesito recurrir a ella porque no se me ocurre nada mejor: gracias. El contenido de un libro de estas características es el resultado de un esfuerzo colectivo. No me gustaría dejar la impresión de que yo me siento todas las mañanas frente a mi computadora, me quedo pensando un rato y se me ocurren problemas: no es así. Este libro es el fruto de ideas, sugerencias y escritos de muchísimas personas. No sabría cómo darles el crédito a todas

porque no está claro que conozca siquiera a la mayoría de ellas. Sin embargo, hay un grupo al que Sí conozco y que me apresuro a acariciar con mi gratitud: Carlos D'Andrea (otra vez), Pablo Coll, Pablo Milrud, Matías Graña, Teresita Krick, Eduardo Dubuc, Gabriela Jerónimo, Pablo Amster, Ariel Arbiser, Cristian Czúbara.

A Woody González, Ariel Hassan y María Marta Scarano, porque, con su aporte en *Alterados por Pi*, me enseñan a entender la matemática desde otro lugar. Ellos me preguntan –sin ser matemáticos– hasta que, o bien entienden lo que digo, o me convencen de que el que no entiende soy yo. Sus contribuciones son impagables.

A quienes, difundiendo su pasión por la matemática, lograron seducirme: Enzo Gentile, Eduardo Dubuc, Miguel Herrera, Luis Santaló, Ángel Larotonda, Oscar Bruno, Nestor Búcarí, Juan Sabia, Jorge Fiora, Ricardo Durán, Ricardo Noriega, Carmen Sessa, Alicia Dickenstein, Baldomero Rubio Segovia, Leandro Caniglia y Pablo Calderón.

Y, por supuesto, a toda la comunidad matemática, a la que le debo una gratitud particular porque quienes forman parte de ella no dejan de enviarme sugerencias e ideas, modos de pensar o abordar un problema, y son una fuente inagotable para estos libros. Mi reconocimiento a todos ellos.

A Ernesto Tenenbaum, Marcelo Zlotogwiazda y Guillermo Alfieri, porque me acompañaron con su amistad en todos los proyectos que encaré hasta acá. Y por el respeto con el que me tratan... siempre.

Aunque sé que me repito, el crédito por la difusión que tienen estos textos les corresponde también a los múltiples comunicadores que en distintos programas de radio, televisión, revistas y/o diarios promueven esta forma de difundir la matemática y consiguen un efecto imposible de lograr sin su aporte.

A Ernesto Tiffenberg, por el estímulo que me da al seguir publicando mis artículos en mi querido *Página/12*. Y lo mismo para

Verónica Fiorito e Ignacio Hernaiz del Canal Encuentro, y para Martín Bonavetti del Canal 7. Mi gratitud también para Tristán Bauer, alguien que ha sido esencial a la hora de transformar y traducir esta serie de libros de matemática al mundo de la televisión.

A Laura Campagna, Caty Galdeano, Juliana Cedro y Héctor Benedetti: desde sus distintas funciones en la editorial Siglo Veintiuno, todos ellos me protegen desde lugares difíciles de imaginar. Merecen un reconocimiento muy particular. Y mi gratitud.

A mis compañeros de El Oso Producciones, La Brújula, Canal 7, Canal Encuentro y *Página/12*, por el cariño que me expresan en cada momento. A todos, sin excepciones. Y ellos saben que no lo escribo porque así lo indique el *protocolo*.

Y por último, para las cinco personas que son mis guías éticos, por su posición en la vida en defensa de sus principios y el respeto a la sociedad que nos/los cobija: Marcelo Bielsa, Nelson Castro, Alberto Kornblihtt, Víctor Hugo Morales y Horacio Verbitsky.

Acerca del autor

Adrián Paenza

cql@sigloxxieditores.com.ar

Nació en Buenos Aires en 1949. Es doctor en Matemáticas por la Universidad de Buenos Aires, donde se desempeña actualmente como profesor asociado del Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Es, además, periodista. En la actualidad conduce los ciclos *Científicos Industria Argentina* –que ya está en su octava temporada y ha recibido el Martín Fierro al mejor programa periodístico en diversas ocasiones–, *Alterados por Pi*, *Explora* y *Laboratorio de ideas*, además de la serie infantil *Matemática... ¿estás ahí?*, que saldrá al aire durante 2010. Trabajó en las radios más importantes y en los cinco canales de aire de la Argentina. Fue redactor especial de varias revistas y colaborador en tres diarios nacionales: *Clarín*, *Página/12* y *La Nación*. Actualmente es columnista especial de *Página/12*. Publicó en esta misma colección los cuatro tomos iniciales de la serie *Matemática... ¿estás ahí?*, que han sido un éxito de ventas en la Argentina, en otros países de Latinoamérica y también en Alemania y España, donde se han editado los dos primeros episodios. Asimismo, sus libros han sido publicados (o lo serán próximamente) en Rusia, Italia, República Checa, Brasil y Portugal. En 2007 recibió el premio Konex de platino en el rubro “Divulgación científica”.

A Fruma y Ernesto, mis padres. Como siempre, mi gratitud eterna.

A mi hermana Laura y mi cuñado Daniel.

A todos mis sobrinos: Paula, Santiago, Lorena, Máximo, Alejandro, Ignacio, Brenda, Miguelito, Viviana, Diego, Sabina, María Soledad, María José, Gabriel, Mía, Valentín, Lucas, Max, Amanda, Whitney, Jason y Landon.

A Carlos Griguol, mi amigo del alma.

A mis amigos Miguel Davidson, Leonardo Peskin, Miguel Ángel Fernández, Héctor Maguregui, Cristian Czúbara, Lawrence Kreiter, Gary Crotts, Dennis Fugh, Kevin Bryson, Alejandro Fabbri, Víctor Marchesini, Luis Bonini, Fernando Pacini, Gerardo Garbulsky, Marcos Salt, Santiago Segurola, Julio Bruetman, Ariel Hassan, Woody González, Antonio Laregina, Carlos Aimar, Marcelo Araujo y Claudio Pustelnik.

A mis amigas Ana María D'Alessio, Nilda Rozenfeld, Teresa Reinés, Beatriz de Nava, Beatriz Suárez, Nora Bernárdez, Carina Marchesini, Laura Bracalenti, Eitel Novacovsky, Marisa Giménez, Norma Galletti, Alicia Dickenstein, Carmen Sessa, Carina Maguregui, Marcela Smetanka, Mónica Muller, Erica Kreiter, Marisa Pombo y Vivian Crotts.

A la memoria de mis seres queridos, aquellos que perdí en el camino: Guido Peskin, mis tías Delia, Elena, Miriam y Elenita; mi primo Ricardo, mi amiga Lola Bryson, y a la de mis entrañables compañeros de vida: Noemí Cuño, León Najnudel y Manny Kreiter. Y para Jorge Guinzburg también.

Prólogo

Empieza una nueva aventura. Un nuevo libro. El quinto de la serie.

Es curioso cómo cambiaron las cosas para mí en estos últimos cinco años, desde que apareció el primer volumen de *Matemática... ¿estás ahí?*

Antes, y debe de haber sido un problema mío (obviamente), sentía la necesidad de “defenderme” porque me gustaba la matemática. Ya no hablemos de “hacer” matemática, sino de tratar de comunicarla, divulgarla, volverla popular.

La matemática tenía muy mala prensa. Hoy ya no creo que sea tan así. La sociedad (me parece) está modificando su percepción. Es como si hubiera habido un *click* en algún lugar, una lamparita que se fue encendiendo y que motivó a muchas personas que históricamente declaraban “yo no sirvo para la matemática”, “yo soy pésimo en matemática”, “a mí nunca me interesó”, etc., a generar una transformación en algún lugar.

Sin embargo, no me engaño: no creo que la gente haya cambiado de idea. No. Siguen pensando lo mismo sobre lo que sufrieron cuando eran jóvenes (o niños), pero lo que está afirmándose es la convicción de que lo que creían que era la matemática no era tan así. Como si lentamente se abriera paso la sospecha de que lo que les enseñaron en el colegio o en la escuela no *ERA* la verdadera matemática.

En todo caso, es como si una buena parte de la sociedad advirtiera ahora que quizás fue un “síntoma de salud” que a uno no le gustara, que la rechazara, que le resultara aburrida.

Para decirlo de otra forma: creo que la reacción adversa que produjo en usted o en la mayoría de las personas es absolutamente comprensible. ¿Cómo no habría de pasar? ¿Por qué no habría de pasar?

Piénselo de la siguiente manera: si ya adulto usted estuviera sentado en una sala donde una persona le diera respuestas a preguntas que usted no se hizo, posiblemente se quedaría un rato por respeto al que habla, pero después de un tiempo razonable se levantaría y se iría. Al menos, es lo que haría yo.

Ahora traslademos esta situación al caso de los jóvenes/niños que van al colegio y en forma compulsiva tienen que sentarse y enfrentar la misma escena día tras día, con la “única” diferencia de que ellos no pueden ausentarse voluntariamente. Tienen que quedarse y escuchar. Quedarse y tomar apuntes. Quedarse y repetir. Quedarse y prestar atención como si les interesara. Tienen que quedarse y aburrirse.

¿No es esperable entonces que la mayoría de la gente diga después, al cabo de varios años, que “la matemática le resultó inexpugnable, aburrida, incomprensible e inútil”? ¿Por qué habría de ser diferente?

Suponer, por ejemplo, que las marchas militares son LA música daría lugar a una situación parecida. O que formar parte de una barrera en un partido es EL fútbol. No. Si uno quiere seducir a alguien con algo, no puede empezar por ahí. La música pasa por Beethoven o la Negra Sosa, por Charly García o por Marta Argerich, por Piazzolla o los Beatles, pero no por Aurora o la Marcha de San Lorenzo.

El fútbol es Maradona y Messi, Pelé y Ronaldo, gambetas imposibles o goles memorables en partidos trascendentes, y no tiros libres desviados en una barrera bien formada por jugadores que saltan al unísono. Es decir, *eso* que nos contaron y nos presentaron durante muchísimos años como “la” matemática produjo lo inevitable: un fuerte rechazo.

Lo que ni usted ni yo sabíamos en ese momento es que lo que nos decían que era LA matemática, en realidad, no lo era. No es

que no tenga NADA que ver con la matemática. SÍ, tiene que ver, pero no es ni por asomo LA matemática. Estoy convencido de que la matemática que hay que enseñar en los primeros estadios es la matemática recreativa, la matemática del juego. Es cuestión de encontrar los desafíos adecuados como si fueran tesoros, de salir a buscarlos. Con la matemática HAY QUE JUGAR.

En todo caso, la idea no debería ser acumular conocimientos o conceptos, sino estimular la creatividad. Cualquiera de nosotros puede almacenar información en su base de datos. Es sólo cuestión de entrenar la memoria. Pero la memoria tiene “patas cortas”. Uno se olvida de lo que no usa, y uno usa sólo lo que le sirve, lo que necesita.

Por otro lado, si uno quiere “tararear” una canción, no necesita saber “escribir” música, ni saber leer lo que está escrito en un pentagrama. Uno disfruta de poder cantar o escuchar una canción sin necesidad de saber música. ¿Se imagina lo que sentiríamos como sociedad si se privara de la música a todos los que no pueden componerla o leerla? Bueno, eso es lo que pasa con la matemática. En los momentos iniciales de nuestras vidas nos pasamos muchísimo tiempo tratando de aprender técnicas que poco tienen que ver con la belleza que encierra. Y casi nunca llegamos a apreciarla.

O si quiere, exagerando, piénselo así: uno aprende primero a hablar y después a escribir. Un niño empieza a hablar al año, más o menos, pero recién escribe y se comunica de esa forma a partir de los cuatro o cinco (o incluso más). ¿Se imagina a un niño sin poder hablar hasta no saber escribir?

¿Por qué no hacer lo mismo con la matemática? Más allá de las operaciones aritméticas elementales, el desafío no es “bajar línea”, sino tratar de liberar la creatividad y la imaginación que cada niño posee. Lo que no tiene perdón es “matar la creatividad”. Los niños van al colegio o a la escuela con una película virgen sobre la cual vamos a ayudarlos a que escriban su vida. No cumplimos con la tarea de adultos responsables si no los dejamos disfrutar de encontrar su propio camino. El placer del recorrido, no el supuesto placer de la llegada.

El objetivo es jugar y divertirse con la matemática en los primeros años. Disfrutar de hacer preguntas. Mejor dicho: lo que me parece más valioso es ayudar a generar preguntas.

Pero este libro no está pensado sólo para niños, sino para todo el mundo, para personas de cualquier edad. Se trata de poder –aun ahora– “jugar con la matemática”, disfrutar de pensar, de considerar problemas, de suponer que faltan datos y luego descubrir que no era así, de aprender a frustrarnos porque algo no nos sale tan rápido como querríamos, y sobre todo, a disfrutar del trayecto. Y siempre habrá una página de respuestas que lleguen en auxilio de la desesperación cuando haga falta.

Quiero reproducir acá lo que leí alguna vez, aunque no sepa exactamente a quién corresponde el crédito. En cualquier caso, no soy yo el autor. Decía así:

Uno no deja de jugar porque envejece,
sino que envejece porque deja de jugar.

La matemática no está hecha para ser observada, ni para ver lo que hicieron otros (y eventualmente frustrarse con eso). No. A la matemática hay que hacerla, transformarla, mejorarla, cambiarla. Y eso sólo se consigue estimulando la creatividad.

La idea entonces es tratar de recuperar (si es posible) algo de lo que nos han privado (o que nos han “robado”) en nuestra niñez/juventud: el placer de disfrutar de la “otra cara” de la matemática, la que deberíamos haber conocido antes. El objetivo de todos estos libros es que no nos perdamos la oportunidad de jugar con la matemática, aunque uno crea que “ya pasó la oportunidad”.

Lo que sigue, entonces, apunta en esa dirección. Ojalá que usted disfrute al leerlo tanto como yo al escribirlo.

Continuará.

Los problemas

Carrera de 100 metros y orden de llegada

Además de ser entretenido, este problema sirve para entrenar la capacidad de pensar. Por eso no vale la pena que lea el resultado antes de intentar una respuesta. Perdería toda la gracia (y creo que la tiene).

Acá va: se corrieron los 100 metros llanos en los juegos olímpicos. Participaron en la final sólo cinco competidores: Bernardo, Diego, Ernesto, Antonio y Carlos. Fíjese si, partiendo de los siguientes datos, puede encontrar el orden en el que llegaron a la meta:

- A) Antonio no fue ni el primero ni el último.
- B) Antonio, sin embargo, quedó por delante de Bernardo.
- C) Carlos corrió más rápido que Diego.
- D) Ernesto fue más rápido que Antonio pero más lento que Diego.

Antes de avanzar, permítame sugerirle algo. En general, para resolver este tipo de problemas hace falta tener el tiempo suficiente como para sentarse un rato, escribir y conjeturar. Llegar a la solución suele ser irrelevante. El atractivo, en todo caso, surge del recorrido, de la capacidad para imaginar y pensar. Es, ni más ni menos, que un problema de lógica pura. Que lo disfrute.

(Solución: 115-121)

Medias blancas y medias negras

En un cajón hay cuatro medias (no pares de medias, sino medias sueltas) que son o bien de color blanco (B) o bien de color negro (N). Se sabe que si metemos la mano y sacamos dos medias cualesquiera, la probabilidad de que ambas resulten blancas es de $\frac{1}{2}$. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un par de medias negras?

(Solución: 121-123)

Uvas y cerezas

Éste es un problema clásico, muy lindo. Supongamos que usted es un frutero que no sólo quiere vender frutas por separado sino que intenta mezclar algunas frutas de estación y ofrecerlas en contenedores especialmente preparados.

En este caso, el frutero tiene estas frutas:

- a) 40 kilos de uvas que le costaron \$ 71 por kilo.
- b) Varios kilos de cerezas que le costaron \$ 50 por kilo.

Si quiere usar *todas las uvas*, ¿cuántos kilos de cerezas tendrá que incluir, de manera tal que la mezcla cueste \$ 64 por kilo?

(Solución: 123-124)

Grilla de números con incógnita

El que sigue también es un problema *clásico*. Es decir, existen muchísimas variantes, todas muy parecidas y con soluciones similares. Una vez que haya descubierto qué es lo que hay que hacer, verá que no vale la pena avanzar con otros ejemplos. Son todos iguales. Acá va un caso.

A uno le dan una grilla de letras y números como ésta:

A	A	B	B	14
C	D	C	D	6
A	D	C	B	10
A	D	B	B	11
14	7	10	x	

El objetivo es reemplazar todas las letras por números enteros positivos de manera tal que, si uno suma todos los números de la primera fila, el resultado sea 14. Al sumar los de la segunda fila, el resultado debe ser 6. En el caso de la tercera, 10, y en el de la cuarta, 11. Y lo mismo con las columnas. La suma de la primera debe dar 14, la segunda 7, la tercera 10 y la cuarta tiene un valor x , por ahora desconocido. El problema consiste en encontrar los valores de A , B , C , D y también de x .¹

(Solución: 124-127)

Problema para pensar con dos dígitos

Elija un número de dos dígitos cualesquiera (que no sean iguales). Para fijar las ideas, yo voy a elegir uno: 73 (pero, obviamente, el problema funciona con cualquier número).

Escríbalo en alguna parte. Ahora, *conmute* las cifras del número

¹ Si el problema consistiera solamente en encontrar el valor de x , sería mucho más sencillo, ya que la suma de los números de la última columna (14, 6, 10 y 11) y la suma de los números de la última fila (14, 7, 10, x) tienen que ser iguales. Es decir:

$$14 + 6 + 10 + 11 = 41 = 14 + 7 + 10 + x$$

$$41 = 31 + x$$

Y de acá se deduce (despejando la x) que el valor de x es $(41 - 31) = 10$. O sea, uno puede calcular el valor de la x sin necesidad de conocer A , B , C y D .

que eligió (“conmutar” significa cambiarlas de lugar). En el caso que yo elegí (el 73), al *conmutar* los dígitos obtengo:

37

Una vez hecho esto, prepárese para restar los dos números (poniendo el *mayor* encima del menor). En este caso la cuenta sería así:

$$\begin{array}{r} \text{_} 73 \\ \text{_} 37 \\ \hline \end{array}$$

Y el resultado es 36.

Ahora, fíjese en la siguiente tabla:

1	!	11	@	21	#	31	=	41	%	51	%	61	^	71	*	81	&	91	*
2	@	12	#	22	\$	32	#	42	\$	52	%	62	\$	72	&	82	\$	92	@
3	#	13	@	23	+	33	^	43	#	53	+	63	&	73	@	83	*	93	\$
4	\$	14	&	24	*	34	!	44	^	54	&	64	+	74	@	84	%	94	!
5	%	15	+	25	&	35	%	45	&	55	=	65	#	75	%	85	+	95	@
6	^	16	%	26	\$	36	&	46	#	56	%	66	+	76	#	86	!	96	%
7	+	17	=	27	&	37	^	47	@	57	=	67	^	77	%	87	#	97	!
8	*	18	&	28	=	38	+	48	@	58	%	68	%	78	@	88	^	98	#
9	&	19	^	29	&	39	=	49	&	59	\$	69	#	79	^	89	%	99	&
10	=	20	+	30	=	40	%	50	^	60	#	70	*	80	\$	90	+	00	&

Tabla 1

Fíjese en el *símbolo* que se encuentra a la derecha del número que obtuvo. (En el ejemplo que he elegido, al lado del 36 está el símbolo &.)

Usted también encontró &, ¿no es así?

Hagamos juntos otro ejemplo (elija otro número). Yo voy a usar el 82. Como vimos en el caso anterior, *conmuto* los dígitos (o sea, los *cambio de lugar*). Ahora tengo el número 28. Los resto (es decir, al mayor le resto el menor):

$$82 - 28 = 54$$

Igual que antes, pero ahora con el número 54 (y usted con el número al que llegó), fíjese en la siguiente tabla:

1	!	11	~	21]	31	=	41	%	51	%	61	^	71	*	81	>	91	*
2	~	12]	22	\$	32]	42	\$	52	%	62	\$	72	>	82	\$	92	~
3]	13	~	23	+	33	^	43]	53	+	63	>	73	~	83	*	93	\$
4	\$	14	>	24	*	34	!	44	^	54	>	64	+	74	~	84	%	94	!
5	%	15	+	25	>	35	%	45	>	55	=	65]	75	%	85	+	95	~
6	^	16	%	26	\$	36	>	46]	56	%	66	+	76]	86	!	96	%
7	+	17	=	27	>	37	^	47	@	57	=	67	^	77	%	87]	97	!
8	*	18	>	28	=	38	+	48	~	58	%	68	%	78	~	88	^	98]
9	>	19	^	29	>	39	=	49	>	59	\$	69]	79	^	89	%	99	>
10	=	20	+	30	=	40	%	50	^	60]	70	*	80	\$	90	>	00	>

Tabla 2

Observe el *símbolo* que figura a la derecha del número que encontró. En mi ejemplo ($82 - 28 = 54$), al lado del 54 está el símbolo $>$. ¡No me diga que usted también encontró el mismo! ¿Por qué habrá pasado esto?

Ahora, ¿no le dan ganas de descubrir cómo hice para que nuestros resultados coincidieran? Más aún: ¿no le interesaría revisar todo el proceso para entender cómo yo puedo saber qué símbolo encontró?

Repita todo lo que hicimos juntos empezando con otro número. Fíjese nuevamente en lo que pasa. Creo que conviene que se tome un tiempo para pensarlo...

(Solución: 127-129)

¿Quién dice la verdad?

No sé cómo lo vive usted, pero cuando yo escucho un problema que me interesa, lo pienso durante un tiempo y, si puedo, lo resuelvo solo. Si no puedo, consulto, leo, hasta sentir que hice todo lo posible por encontrar la respuesta. Pero aun cuando la encuentre (solo o con ayuda), me sucede que después de un tiempo la olvido.

Por eso, cuando me tropiezo con el problema otra vez, en lugar de recordar la solución que encontré en algún momento anterior, aprovecho para pensarlo nuevamente. Claro, hay veces que me acuerdo de lo que había hecho para resolverlo –porque lo vi hace poco o porque me dejó marcado por alguna razón–. Pero otras veces decididamente no me acuerdo. Y esto es bueno no sólo porque me permite pensarlo de nuevo, sino porque me hace creer que estoy frente a un problema nuevo.

Lo que motivó esta digresión es un problema que escuché hace mucho tiempo, pero que tengo que volver a pensar cada vez que veo. Y lo bueno es que siempre me lleva un poco de tiempo (o mucho, dependiendo de las circunstancias). Lo planteo acá y la/lo dejo con él. Es una verdadera joyita.

En el país *Vermentira* (por ponerle un nombre), la gente está dividida de la siguiente forma: están aquellos que dicen siempre la verdad (los *verdtones*) y aquellos que mienten siempre (los *mentirones*). Lo curioso es que, al margen de que cada uno tenga esa característica tan particular, no hay forma de distinguirlos por su apariencia.

Ahora supongamos que una persona viaja desde Madrid y, no bien llega a este país tan especial, se encuentra con tres mujeres, que voy a llamar Alicia, Beatriz y Carmen. Esta persona está informada de las características en que está dividida la población de Vermentira y, cuando enfrenta a estas mujeres, ansía ver de qué manera puede descubrir a qué categoría pertenece cada una, y entonces decide hacerles las siguientes preguntas:

- 1) A Alicia le pregunta: “¿A qué categoría pertenece Beatriz?”. Y Alicia le contesta: *A mentirones*.
- 2) A Beatriz le pregunta: “¿Es verdad que Alicia y Carmen pertenecen a diferentes categorías?”. Y Beatriz le responde: *No*.
- 3) Por último, le pregunta a Carmen lo mismo que le había preguntado a Alicia: “¿A qué categoría pertenece Beatriz?”. Y Carmen le dice: *Ella es una verdotona*.

El problema consiste en poder contestar:

- a) Con esas tres preguntas que hizo la persona, ¿se puede determinar a qué categoría pertenece cada una de las mujeres?
- b) Si se pudiera, indique a qué grupo pertenecería cada una (Alicia, Beatriz y Carmen).
- c) Si no se pudiera, explique las razones.

(Solución: 129-131)

¿Cierto o falso?

El que sigue es un problema interesante, porque no requiere “saber” nada, ni haber “aprendido” nada. Es un problema “puro”. ¿Qué quiero decir con esto? Que no hace falta ningún conocimiento previo ni haber estudiado nada de lo que nos “enseñan” en ninguno de los escalones naturales de la educación: escuela primaria, colegio secundario, etc.

Para abordarlo, sólo hace falta tener ganas de pensar. Nada más. Nada menos, también. La/lo invito a que se entretenga en el camino.

Se trata de poder decidir cuál (o cuáles) de las siguientes frases es (o son) ciertas o falsas. Y, por supuesto, de dar una razón que explique su conclusión. Acá van:

- 1) Exactamente una frase de esta lista es falsa.
- 2) Exactamente dos frases de esta lista son falsas.
- 3) Exactamente tres frases de esta lista son falsas.
- 4) Exactamente cuatro frases de esta lista son falsas.
- 5) Exactamente cinco frases de esta lista son falsas.
- 6) Exactamente seis frases de esta lista son falsas.
- 7) Exactamente siete frases de esta lista son falsas.
- 8) Exactamente ocho frases de esta lista son falsas.
- 9) Exactamente nueve frases de esta lista son falsas.
- 10) Exactamente diez frases de esta lista son falsas.

(Solución: 131-133)

Los eslabones de una cadena de oro

El que sigue es un problema interesante porque obliga a pensar... lo cual no tiene nada de malo. Sin embargo, cuando me enfrenté con él creí que lo había resuelto casi inmediatamente, aunque había algo que me seguía intrigando. No estaba convencido de que estuviera bien.

Sabía que la solución estaba escrita en un libro (es un problema que planteó Martin Gardner hace muchos años), pero me resistía a mirarla. Por eso es que la/lo invito a que no se deje tentar por las ganas de cotejar si la solución que encontró es la ideal o no. Es decir, tómese un tiempo para buscar otras alternativas. Creo que lo mejor es contarle el problema y dejar que lo piense con tranquilidad.

Un joven está estudiando en una provincia alejado de su familia. Todos los meses, sus padres le envían una cantidad de dinero suficiente como para que pueda afrontar sus gastos.

Cierta vez, por una dificultad financiera, el dinero no llega a tiempo y, para peor, le avisan que demorará algunas semanas. Necesita encontrar la manera de pagar el alquiler de la habitación en la que duerme, y recuerda que tiene una cadena de oro con 23 eslabones.

Se le ocurre una idea y decide ponerla en práctica. Habla con la dueña del hotel y, entre ambos, concluyen que si él le da un eslabón de la cadena por día, cubre exactamente el valor diario que paga por la habitación. Y de esa forma puede solventar su estadia durante los veintitrés días. Sus padres le aseguran que el dinero llegará en algún momento durante ese lapso.

Entonces, como él sabe que recibirá el dinero, tiene la intención de arruinar su cadena lo menos posible. Es decir, prefiere hacer la menor cantidad de cortes posibles, de manera tal que cada día la señora tenga en su poder tantos eslabones como días él le adeuda.

En realidad, perfecciona un poco su idea porque advierte que, si la mujer le permite entregar un eslabón un día y al día siguiente —cuando debería entregarle otro— ella le devuelve el del día anterior y acepta canjearse por una combinación de dos eslabones, y así siguiendo, quizá pueda evitarse tener que cortar la cadena todos los días.

Después de explicarle su idea (para dañar la cadena lo menos posible), el acuerdo al que llega con la dueña es el siguiente: él puede darle un eslabón por día, o puede darle un eslabón el día 1, el día 2 puede pedirle ese eslabón y entregarle a cambio una pequeña cadena compuesta por dos eslabones. El día 3 puede darle un eslabón solo (que junto con los dos que ella tiene le servirían para pagar el tercer día) o puede pedirle que le devuelva los dos que ella ya tiene y entregarle un pequeño segmento (una “minicadena”) con tres eslabones, y así siguiendo, día por día. Lo único que debería importarle a la dueña es tener en su poder cada día la cantidad de eslabones equivalente a la cantidad de días que el estudiante estuvo en su hotel.

Ahora viene la pregunta: ¿cuál es el mínimo número de cortes que tiene que hacer el joven estudiante para arruinar su cadena lo menos posible y honrar su acuerdo los veintitrés días?

(Solución: 133-137)